

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Кафедра математики и анализа данных
Факультет информационных технологий и анализа больших данных**

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью
Организация: Финансовый университет при Правительстве РФ
Утверждено: Проректор по учебной и методической работе Е.А. Каменева
Сертификат: 7hdxQqEFYNgBKAcgtSCWMMCUiR0Idex
Дата: 20.10.2025 г.

В. К. Каверина

Дискретная математика

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

38.03.01 - Экономика

Образовательная программа:

Финансы и искусственный интеллект

Профиль

Финансы и искусственный интеллект

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №2 от 18.11.2025)*

Одобрено

*Кафедра математики и анализа данных
(протокол №16 от 10.11.2025)*

Москва 2025

Содержание

Наименование разделов РПД		Стр.
1.	Наименование дисциплины	5
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	5
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	8
4.	Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	8
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	9
5.1.	Содержание дисциплины	9
5.2.	Учебно-тематический план	11
5.3.	Содержание семинаров, практических занятий	12
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для	15

	самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	
6.1.	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	15
6.2.	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	16
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	18
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	29
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	29
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	30
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных	31

	справочных систем	
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	32

1. Наименование дисциплины

«Дискретная математика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения
ПКН-3	Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты	1.Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.	Знать: Основные понятия и методы дискретной математики, необходимые для проведения статистического анализа данных для решения финансово-экономических задач. Уметь: Проводить эксперименты по заданной методике и обрабатывать полученные результаты
		2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач,	Знать: Современные подходы и методы математического анализа и моделирования финансово-

		переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.	экономических задач. Уметь: Применять методы теории графов для построения и анализа экономических моделей, связанных с выбором и принятием решений
		3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.	Знать: Владеть различными методами и алгоритмами для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области. Уметь: Применять подходы системного анализа при разработке математических и аналитических моделей в экономической сфере с использованием математических методов.
		4. Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-	Знать: Основные оптимизационные задачи на сетях, возможности их применения в практической

		экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.	области Уметь: Применять знания в сфере разработки математических моделей финансово-экономических задач
УК-4	Способность использовать прикладное программное обеспечение при решении профессиональных задач	1. Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.	Знать: Основные методы представления данных при моделировании экономических задач Уметь: Проводить эксперименты по заданной методике и обрабатывать полученные результаты
		2. Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ.	Знать: Универсальные математические пакеты и встроенные функции для работы с графами. Инструменты для визуализации графов Уметь: Применять прикладные математические пакеты для решения экономических задач

		3. Выбирает необходимое прикладное программное обеспечение в зависимости от решаемой задачи.	Знать: Специализированные программы для визуализации и анализа графов Уметь: Владеть основным инструментарием для анализа графов и сетей.
		4. Использует прикладное программное обеспечение для решения конкретных прикладных задач.	Знать: Современное прикладное программное обеспечение для работы с графами и сетями Уметь: Использовать прикладное программное обеспечение инструмент с обширными возможностями для теории графов и сетевого анализа.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дискретная математика» относится к «Циклу математики и информатики»

4. Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 2 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	4/144	144
Контактная работа - Аудиторные занятия	26	26
<i>Лекции</i>	8	8
<i>Семинары, практические занятия</i>	18	18
Самостоятельная работа	118	118
Вид текущего контроля	Расчетно-аналитическая работа;	Расчетно-аналитическая работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен;	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Множества и способы их задания.

Понятие множества. Подмножества. Способы задания множеств и особенности их применения. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами. Прямое произведение множеств. Нечеткие множества.

Тема 2. Отношения, соответствия и отображения.

Бинарные отношения, матрица бинарного отношения. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Теорема о разбиении множества на классы эквивалентности. Соответствия и отображения. Типы отображений: сюръекция, инъекция, биекция. Взаимно однозначное соответствие.

Тема 3. Счетные множества. Метод математической индукции.

Конечные и счетные множества. Мощность множества. Бесконечные несчетные множества и теорема Кантора о континууме множества всех действительных чисел. Принцип математической индукции.

Тема 4. Элементы комбинаторики.

Конечные множества и комбинаторика. Правило суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Размещения и перестановки. Сочетания. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Рекуррентные соотношения. Линейные рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи.

Тема 5. Булевы функции.

Булевы функции. Реализация функций формулами. СДНФ и СКНФ. Принцип двойственности. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Полином Жегалкина. Теорема Поста о полноте.

Тема 6. Основные понятия теории графов.

Понятие графа. Ориентированные графы. Взвешенные графы. Матрицы смежности и инцидентности. Связность. Достижимость. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Плоские графы. Порядковая функция графа. Внутренняя и внешняя устойчивость в графах. Ядро графа.

Деревья и их свойства. Бинарные деревья. Остовное дерево связного графа.

Оптимизационные задачи на графах

Тема 7. Математическая логика.

Высказывания. Операции над высказываниями. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности. Эквивалентность формул. Основные эквивалентности. Принцип двойственности. Логическое следование. Принцип резолюций.

Предикаты. Логические операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Предикаты на конечных множествах. Понятие о логическом выводе. Логические законы.

Формальные системы. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Теории первого порядка.

5.2. Учебно-тематический план

очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем(разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа		Самостоятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия	
1	Множества и способы их задания.	18	3	1	2	15
2	Отношения, соответствия и отображения.	18	3	1	2	15
3	Счетные множества. Метод математической индукции.	18	3	1	2	15
4	Элементы комбинаторики.	18	3	1	2	15
5	Булевы функции.	27	4	1	3	23
6	Основные понятия теории графов.	26	6	2	4	20

7	Математическая логика.	19	4	1	3	15
	Итого	144	26	8	18	118

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Множества и способы их задания.	Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, симметрическая разность, дополнение. Диаграммы Эйлера-Венна. Алгебра множеств. Декартово произведение множеств. Доказательство тождеств и включений.	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов.
Отношения, соответствия и отображения.	Матрица бинарного отношения. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Соответствия и отображения. Функциональное, всюду определенное, сюръективное, инъективное, биективное отображение. Взаимно однозначное соответствие. График соответствия. Реляционная алгебра.	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов.
Счетные множества. Метод	Счетность множеств, используемых в	Решение задач в интерактивной форме,

математической индукции.	математической практике. Несчетные множества. Использование метода математическое индукции для доказательства истинности некоторого утверждения.	обсуждение результатов.
Элементы комбинаторики.	Принцип включения и исключения. Правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Рекуррентные соотношения. Возвратные последовательности. Числа Фибоначчи. Производящие функции и их применение для решения комбинаторных задач.	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов.
Булевы функции.	Булевы функции одной и двух переменных. Тождества, связывающие булевы функции. Логические законы. СДНФ и СКНФ. Принцип двойственности. Построение полинома Жегалкина. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Доказательство полноты системы функций, на основе теоремы Поста.	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов.
Основные понятия теории графов.	Матрицы смежности и инцидентности. Ориентированные графы Базисный граф.	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов.

	Составление булевой матрицы. Эйлеровы циклы и цепи. Гамильтоновы циклы и цепи. Граф отношения. Порядковая функция графа. Внутренняя и внешняя устойчивость в графах. Ядро графа. Остовное дерево связного графа. Стратегии поиска в глубину и ширину. Высота корневого дерева, уровень вершины. Оптимизационные задачи на графах	
Математическая логика.	Логика высказываний. Высказывания. Операции над высказываниями. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности. Эквивалентность формул. Основные эквивалентности. Принцип двойственности. Логическое следование. Принцип резолюций. Логика предикатов. Предикаты. Логические операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Предикаты на конечных множествах. Понятие о логическом выводе. Логические законы. Метод резолюций.	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Множества и способы их задания.	Алгебра бинарных отношений. Нечеткие множества.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и выполнение контрольной работы.
Отношения, соответствия и отображения.	Соответствия и композиция соответствий. Полурешетки и решетки. Алгебра бинарных отношений.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и выполнение контрольной работы.
Счетные множества. Метод математической индукции.	Свойства счетных множеств.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и выполнение контрольной работы.
Элементы комбинаторики.	Разбиения. Экспоненциальные производящие функции. Теорема Мебиуса.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к

		каждому занятию. Подготовка и выполнение контрольной работы.
Булевы функции.	Переключательные схемы и их минимизация.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и выполнение контрольной работы.
Основные понятия теории графов.	Плоские графы. Раскраска графов.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и выполнение контрольной работы.
Математическая логика.	Исчисление предикатов. Формальная арифметика.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и выполнение контрольной работы.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

(3 семестр)

Примерные вопросы Расчетно-аналитической работы

1. Операции над множествами.
2. Множество всех подмножеств.
3. Бинарные отношения и их свойства.

4. Типы отображений.
5. Принцип математической индукции.
6. Булевы функции.
7. Реализация функций формулами. СДНФ и СКНФ. Полином Жегалкина
8. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Логическое следование в логике высказываний.
9. Операции над высказываниями. Таблицы истинности. Эквивалентность формул.
10. Метод резолюций
11. Область истинности предиката.
12. Тавтологически истинные и выполнимые формулы логики предикатов.

Примерные задания Расчетно-аналитической работы

1. В качестве универсального множества данной задачи зафиксируем $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Пусть $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 5, 6\}$, $C = \{2, 3, 4\}$, $D = \{3, 4, 5\}$. Найдите элементы следующих множеств:

$$A \Delta B, (B \setminus C) \cup \overline{D}, \overline{(A \cup B \cup C \cup D)}$$

2. Установить, является ли следующее отображение биективным: $X=Y=R$, $f(x)=x^3$. Ответ обосновать.
3. Построить бинарное отношение на множестве $A=\{a,b,c,d,e\}$, которое
 а) рефлексивно и симметрично, но не транзитивно; б) симметрично и транзитивно, но не рефлексивно;
4. Доказать методом математической индукции тождество:

$$(n+1)(n+2)\dots(n+n)=2n \cdot 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1).$$

5. В пассажирском поезде девять вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде четырех человек при условии, что все они поедут в разных вагонах?

6. Найти формулу общего члена последовательности, заданной рекуррентными соотношениями и начальными условиями

$$a_0 = 0, a_1 = 0, a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, n \geq 2.$$

7. Всякая ли булева функция может быть представлена как суперпозиция функций $x \oplus y$ и $x \vee y$? Ответ обосновать, опираясь на теорему Поста.

8. Построить полином Жегалкина булевой функции $f = (01101001)$.

9. Найти область истинности предиката $(|x| > 2) \rightarrow (|x| < 3)$, определенного на множестве действительных чисел.

10. Упростить формулу логики высказываний, с помощью равносильных преобразований: $(x \wedge \bar{y}) \vee ((x \rightarrow y) \wedge x)$.

11. На множестве $M = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ заданы предикаты:

$B(x)$: x – четное число

$C(x)$: x – простое число

Найдите область истинности предиката $C(x) \wedge B(x)$.

12. Построить матрицу смежности и инцидентности графа.

Дополнительная информация:

Работу нужно выполнить на листах формата А4. В работе должна быть описана схема вычислений с указанием результата на каждом шаге

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2.
Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

ПКН-3 Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты

1) 1.Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Основные понятия и методы дискретной математики, необходимые для проведения статистического анализа данных для решения финансово-экономических задач.

Уметь: Проводить эксперименты по заданной методике и обрабатывать полученные результаты

Типовые контрольные задания

Задание. Постройте граф предпочтений и найти решение задачи выбора

Задание. Требуется произвести n продуктов, используя единственный тип аппаратуры. Аппарат должен или не должен быть перенастроен после того, как произведен продукт p_i в зависимости от комбинации (p_i, p_j) . Стоимость перенастройки аппаратуры постоянна и не зависит от продукта, который только что произведен, или от продукта, следующего за ним, при этом не требуется никаких затрат, если перенастройка аппаратуры не нужна. Предположим, что продукты производятся в непрерывном цикле, так что после производства последнего из n продуктов снова возобновляется в том же фиксированном цикле производство первого продукта. Найти циклическая последовательность производства продуктов, не требующая перенастройки аппаратуры.

2) 2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Современные подходы и методы математического анализа и моделирования финансово-экономических задач.

Уметь: Применять методы теории графов для построения и анализа экономических моделей, связанных с выбором и принятием решений

Типовые контрольные задания

Задание. Строительная фирма подписала контракт на строительство нового спортзала для колледжа. В контракте предусмотрены большие штрафы за невыполнение работы в срок, поэтому для руководителя фирмы важно выяснить, какие строительно-монтажные работы имеют решающее влияние на сроки окончания строительства. В таблице, составленной плановым отделом, приведен перечень работ, составляющих процесс строительства спортзала, указаны их продолжительности и предшествующие каждой из них работы. Определить критическое время необходимое для строительства спортзала.

3) 3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Владеть различными методами и алгоритмами для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.

Уметь: Применять подходы системного анализа при разработке математических и аналитических моделей в экономической сфере с использованием математических методов.

Типовые контрольные задания

Задача составления расписаний. Предположим, что необходимо выполнить несколько проектов за кратчайшее время, причем некоторые проекты не могут выполняться одновременно (например

, их выполняет один и тот же работник). Построим граф G , вершины которого соответствуют проектам, а две вершины смежны тогда и только тогда, когда соответствующие проекты нельзя выполнять одновременно. Любая правильная раскраска этого графа определяет допустимый график: проекты, соответствующие вершинам графа, составляющие одноцветный класс, выполняются одновременно. И, наоборот, любой допустимый график определяет правильную раскраску графа G . Оптимальные графики соответствуют минимальным раскраскам, а число часов, необходимое для выполнения всех проектов, равно хроматическому числу.

4) 4. Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Основные оптимизационные задачи на сетях, возможности их применения в практической области

Уметь: Применять знания в сфере разработки математических моделей финансово-экономических задач

Типовые контрольные задания

Задание. Пусть имеется сеть трубопроводов, соединяющих пункт А (например, нефтепромысел) с пунктом В (например, нефтеперерабатывающим заводом). Трубопроводы могут соединяться и разветвляться в промежуточных пунктах. Количество нефти, которое может быть перекачено по каждому отрезку трубопровода в единицу времени, также не безгранично и определяется такими факторами, как диаметр трубы, мощность нагнетающего насоса и т. д. (обычно это называют «пропускной способностью» или «максимальным расходом» трубопровода). Сколько нефти можно прокачать через такую сеть за единицу времени?

**УК-4 Способность использовать прикладное программное обеспечение при
решении профессиональных задач**

1) 1. Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.

**Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами
достижения компетенции**

Знать: Основные методы представления данных при моделировании
экономических задач

Уметь: Проводить эксперименты по заданной методике и обрабатывать
полученные результаты

Типовые контрольные задания

Задание. Рассмотрим предметную область «Система заказов». Для описания предметной области используются следующие предикаты: Товар(КОД, НАИМ, ВЕС), ЗАКАЗ(НОМЕР, ДАТА, КЛИЕНТ), ПОЗИЦИЯ_ЗАКАЗА(НОМЕР, КОД, ЦЕНА).

Составить формулы на языке логики предикатов, которые позволяют ответить на следующие вопросы:

1. Какие клиенты заказывали Товар за период от 1 января 2010 до 1 февраля 2010?
2. Какой товар не заказывали ни разу с начала текущего года?
3. Какой товар заказывали более одного раза с начала текущего года?
4. Есть ли такие позиции в одном заказе у которых один товар продается за разные цены?
5. В каких заказах встречается товар, который весит больше 100 кг?

2) 2. Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Универсальные математические пакеты и встроенные функции для работы с графами. Инструменты для визуализации графов

Уметь: Применять прикладные математические пакеты для решения экономических задач

Типовые контрольные задания

Задание. Имеется множество населенных пунктов, связанных дорожной сетью. В некоторых из них надо разместить предприятия обслуживания так, чтобы расстояние от каждого из населенных пунктов до какого-либо из предприятий не превосходило заданной величины. Размещение следует вы полнить так, чтобы обойтись минимальным числом предприятий. Если поставить в соответствие населенным пунктам вершины графа, в котором две вершины смежны тогда и только тогда, когда расстояние между соответствующими пунктами не превышает заданной величины, то задача сводится к построению в графе наименьшего доминирующего множества.

3) 3. Выбирает необходимое прикладное программное обеспечение в зависимости от решаемой задачи.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Специализированные программы для визуализации и анализа графов

Уметь: Владеть основным инструментарием для анализа графов и сетей.

Типовые контрольные задания

Задание. Предположим, что вершины неорграфа G представляют аэропорты, а ребра - этапы полетов (беспосадочные перелеты), которые осуществляются в заданное время. Любой маршрут в этом

графе (удовлетворяющий ряду условий, которые могут встретиться на практике) соответствует некоторому реально выполнимому маршруту полета. Пусть имеется N таких возможных маршрутов и для каждого из них определена его стоимость. Задача нахождения множества маршрутов, имеющего наименьшую суммарную стоимость и такого, что каждый этап полета содержится хотя бы в одном выbranном маршруте, является задачей о наименьшем покрытии с матрицей T , в которой элемент t_{ij} равен 1, если i -й этап содержится в j -ом маршруте, и равен 0 в противном случае.

4) 4. Использует прикладное программное обеспечение для решения конкретных прикладных задач.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Современное прикладное программное обеспечение для работы с графами и сетями

Уметь: Использовать прикладное программное обеспечение инструмент с обширными возможностями для теории графов и сетевого анализа.

Типовые контрольные задания

Задание. Транспортная компания «Грузоперевозки» должна доставить товар из города А в город Г. Компания имеет несколько складских комплексов и использует различные маршруты между ними. Стоимость доставки между каждыми двумя пунктами разная и зависит от расстояния, расхода топлива, дорожных сборов и других факторов. Найти маршрут с наименьшей общей стоимостью доставки из города А в город Г.

Примеры практико-ориентированных заданий

Пример 1. Имеется n проектов, которые должны быть выполнены, причем для реализации некоторого проекта x_i требуется некоторое подмножество R_i наличных ресурсов из множества $\{1, \dots, r\}$.

Предположим, что каждый проект, задаваемый совокупностью ресурсов, может быть выполнен за один и тот же промежуток времени. Построим граф G , каждая вершина которого соответствует проекту, а ребро (x_i, x_k) - наличию общих средств обеспечения у проектов x_i и x_k . Максимальное независимое множество графа G представляет собой максимальное множество проектов, которые можно выполнить одновременно за один и тот же промежуток времени. В практических ситуациях бывает весьма не просто выполнить множество проектов, соответствующих максимальному независимому множеству на данном отрезке времени, поскольку исполнение некоторых проектов может быть по каким-то причинам отложено. Тогда каждому проекту ставится в соответствии штраф, который увеличивается с ростом времени отсрочки в исполнении проекта, и в каждый расчетный момент времени надо выбирать из семейства максимальных независимых множеств такое множество, которое максимизирует некоторую функцию штрафов на вершинах, содержащихся в выбранном множестве.

Пример 2. Имеется множество населенных пунктов, связанных дорожной сетью. В некоторых из них надо разместить предприятия обслуживания так, чтобы расстояние от каждого из населенных пунктов до какого-либо из предприятий не превосходило заданной величины. Размещение следует выполнить так, чтобы обойтись минимальным числом предприятий. Если поставить в соответствие населенным пунктам вершины графа, в котором две вершины смежны тогда и только тогда, когда расстояние между соответствующими пунктами не превышает заданной величины, то задача сводится к построению в графе наименьшего доминирующего множества.

Пример 3. Задача о назначениях. Имеется конечное множество исполнителей $\{x_1, \dots, x_n\}$, каждый из которых может выполнять некоторые из работ $\{y_1, \dots, y_m\}$. Стоимость назначения i -го исполнителя на j -ую работу равна w_{ij} . Нужно распределить исполнителей по работам таким образом, чтобы, во-первых, выполнить все работы, а во-вторых, минимизировать общие затраты. Требуется построить двудольный взвешенный граф, в котором две доли X и Y , каждое ребро означает, что соответствующий исполнитель может выполнить работу, а вес ребра - w_{ij} . Возможность выполнения всех работ равносильна существованию в графе совершенного паросочетания, а назначение,

минимизирующее все затраты , соответствует наибольшему паросочетанию с минимальным суммарным весом.

Пример 4. Задача планирования: нужно произвести n продуктов, используя единственный тип аппаратуры. Аппарат должен или не должен быть перенастроен после того, как произведен продукт p_i в зависимости от комбинации (p_i, p_j) . Стоимость перенастройки аппаратуры постоянна и не зависит от продукта, который только что произведен, или от продукта, следующего за ним , при этом не требуется никаких затрат, если перенастройка аппаратуры не нужна. Предположим , что продукты производятся в непрерывном цикле, так что после производства последнего из n продуктов снова возобновляется в том же фиксированном цикле производство первого продукта. Может ли быть найдена циклическая последовательность производства продуктов, не требующая перенастройки аппаратуры. Пусть G – ориентированный граф , вершины которого представляют продукты , а существование дуги (p_i, p_j) означает, что продукт p_j может следовать за продуктом p_i без перенастройки аппаратуры. Тогда ответ на поставленный вопрос зависит от того, имеет ли данный граф гамильтонов контур или нет. Если нет, то какова должна быть последовательность производства с наименьшими затратами на перенастройку.

Примерные вопросы для подготовки к Экзамену

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие множества. Способы задания множеств.
2. Основные операции над множествами. Свойства операций.
3. Декартово произведение. Число элементов декартова произведения конечных множеств.
4. Отображения. Типы отображений.
5. Доказать, что множество чисел интервала $(0,1)$ несчетно.
6. Бинарные отношения и операции над ними. Типы бинарных отношений.
7. Отношение эквивалентности.
8. Отношение порядка.

9. Рекуррентные последовательности. Числа Фибоначчи.
10. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
11. Биномиальный ряд.
12. Булевы функции. Представление булевых функций в виде СДНФ, СКНФ.
13. Булевы функции. Представление булевых функций в виде полинома Жегалкина.
14. Полнота и замкнутость булевых функций.
15. Основные замкнутые классы булевых функций. Теорема Поста.
16. Понятие графа, подграфа. Степень вершины графа.
17. Эйлеров граф и гамильтонов граф.
18. Понятие высказывания. Операции над высказываниями. Формулы логики высказываний. Истинность и общий вид формулы.
19. Подстановка в формулу. Общезначимые формулы. Сохранение общезначимости.
20. Правило вывода (правило подстановки и правило Modus Ponens). Список вывода и выводимая формула логики высказываний.
21. Выводимость из списка формул Γ . Свойства вывода из Γ .
22. Теорема о дедукции в исчислении высказываний. Пример использования теоремы о дедукции.
23. Полнота (в узком и широком смысле) исчисления высказываний.
24. Понятие n -местного предиката. Кванторы.

Пример экзаменационного билета

1. Сколькими способами можно шесть различных учебников распределить поровну между двумя студентами? (10 баллов)

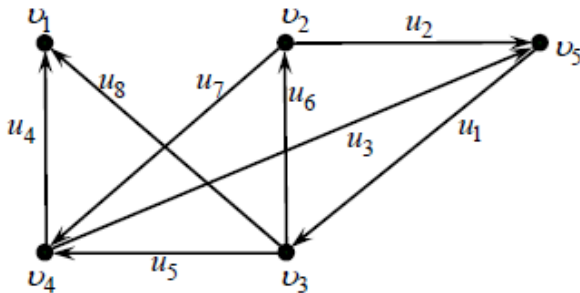
2. Проверить свойства (инъективность, сюръективность, биективность) отображения $X=Y=R$, $f(x)=2x-5$. Ответ обосновать. (10 баллов)

3. Задана булева функция $f=(10110010)$. Каким основным замкнутым классам принадлежит функция. (10 баллов)

4. Найти формулу общего члена последовательности, заданной рекуррентными соотношениями и начальными условиями: (10 баллов)

$$a_0 = 0, a_1 = 0, a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, n \geq 2.$$

5. Найти матрицу смежности и матрицу инцидентности графа (10 баллов)



6. Рассмотрим множество $A = \{ a, b, c, d, e \}$. Приведите пример бинарного отношения, которое симметрично, но не является ни рефлексивным, ни транзитивным. (10 баллов)

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Гисин , Владимир Борисович Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. 2-е изд. , пер. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт , 2025 428 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/577329> (дата обращения: 24.04.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/577329> ISBN 978-5-534-16763-4 : 2069.00
2. Сборник задач по дискретной математике [Электронный ресурс] / Кожухов С. Ф.,Совертков П. И. 2-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань , 2022 324 с. Книга из коллекции Лань - Математика <https://e.lanbook.com/book/212675> ISBN 978-5-8114-2588-4

Дополнительная литература:

1. Математические основы информатики = Mathematical Fundamentals of Informatics : Учебное пособие / А.В. Тищенко ; Финуниверситет, Каф. "Математика-1" М. : Финуниверситет , 2014 128 с.; 8,00 п.л. Имеется электронная версия: Электронные текстовые данные (1 файл: 1 МБ). Доступ из локальной сети Финуниверситета(чтение, печать, копирование) http://elib.fu.ru/rbook/Tishenko_2014.pdf ISBN 978-5-7942-1192-4
2. Дискретная математика. Теория и практикум [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Ерусалимский Я. М. 2-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань , 2023 476 с. Книга из коллекции Лань - Математика <https://e.lanbook.com/book/319427> ISBN 978-5-507-46767-9

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. •Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.ru/>
2. •Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>

3. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При освоении дисциплины основное внимание следует уделять лекциям, практическим занятиям, аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работе.

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным пособиям и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций необходимо конспектировать ее содержание. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, отметить возникающие вопросы. При оформлении целесообразно выделять специальным образом названия тем и формулировки вопросов, основные определения, формулировки теорем и примеры.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить соответствующий теоретический материал. Во время занятия нужно точно записывать формулировки решаемых задач, вопросы, указания преподавателя к решению и разбираемые решения. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю. Практические занятия проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность студентов, направленную на решение предложенных задач, и в поиске ответов на вопросы. Не следует бояться дать неверный ответ или допустить иную ошибку: исправление и анализ ошибок в режиме общения с преподавателем и сокурсниками в ходе практического занятия способствуют освоению учебного материала и предупреждают появление ошибок в дальнейшем.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом

занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль выполнения домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий и выборочного собеседования.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

- Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Kaspersky
2. Пакет офисных программ
3. Microsoft Office (Windows)

- Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>
5. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
6. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://www.biblio-online.ru/>
8. Размещение ЭУК: <https://www.campus.fa.ru/>

- Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Учебная аудитория** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)